

## Módulo de Poisson en papeles con acondicionamiento en húmedo

Montero-Calvo, Adrián J.

Alumno de M.U.I. Ingeniería y Arquitectura. Esp Ingeniería Gráfica y Construcción. CUM

### RESUMEN

Entregado: 29 de noviembre 2010

*Palabras clave:*

Modulo de Poisson  
Papel  
Cartón ondulado  
Análisis de imagen

El módulo de Poisson es la constante elástica más laboriosa de determinar de entre las que forman parte de la matriz de rigidez de un material ortotrópico como el papel. En este trabajo se revisan los trabajos relacionados con el tópico y los métodos utilizados. Se propone un método de ensayo utilizando fotografía digital convencional con postproceso y su aplicación en papeles con acondicionamiento en húmedo. Se determina que el método es válido para el ensayo de papeles con gramajes superiores a los 140 gr/m<sup>2</sup>. El método es aplicable a papeles húmedos, que presentan un módulo de Poisson, con una magnitud en relación al acondicionamiento en seco que depende del origen de la fibra y de la terminación superficial del papel.

### 1. Introducción

El cartón ondulado es hoy uno de las principales materiales para la fabricación de embalajes. En España, la producción durante 2009 fue de 4.022 millones de metros cuadrados. Entre enero y abril de 2010 la producción se ha incrementado un 8,3%.

La magnitud de estos datos refleja el éxito de este material, que se debe en una gran parte a la bondad de sus características físicas y mecánicas, que le confieren gran resistencia, manteniendo una muy baja densidad, unidos a una buena susceptibilidad para ser manipulado.

Las cajas fabricadas con este material son susceptibles de ser apiladas para el transporte, manteniendo de manera sensible la integridad del volumen que encierran y su forma exterior.

Debido a que en la fabricación del material interviene un material de naturaleza heterogénea como son las fibras celulósicas, los papeles que forman el cartón ondulado y el cartón en sí mismos ofrecen una heterogeneidad superior a la de otros materiales artificiales.

Esta heterogeneidad se traduce en una gran dispersión de las características mecánicas de las cajas. A lo largo del tiempo se ha intentado predecir las características mecánicas de las cajas en función de las de sus papeles componentes. El método más extendido y que pervive hoy en día desde su formulación en la década de los '60 es la ecuación

de McKee[1], que es utilizada para calcular la máxima resistencia a compresión de una caja.

Esta ecuación ha sido reescrita en multitud de ocasiones para hacerla depender de distintas propiedades mecánicas del cartón ondulado o de sus papeles componentes. Sus limitaciones de uso debido a la exigencia de geometrías simples, necesidad de afinado significativo de determinados parámetros, sobreestimación de la resistencia a compresión del cartón y subestimación de su resistencia a flexión, han hecho que multitud de autores hayan dedicado sus esfuerzos a obtener métodos más precisos de cálculo de resistencia a compresión.

La modelización mecánica de materiales y manufacturas por elementos finitos ha tenido gran auge en los últimos 20 años. La generalización en el uso de la informática y el incremento en la capacidad de cálculo de los ordenadores hacen que el análisis por elementos finitos (FEA) se haya convertido en algo cotidiano en el mundo de la investigación y el diseño industrial.

En el caso de los cartones ondulados antes de ser analizados por estos métodos es necesario caracterizar sus papeles componentes. La mayoría de los trabajos desarrollados para cartón ondulado se han conducido a partir de condiciones ambientales que habitualmente se denominan secas, con temperatura de 23°C y 50% de humedad relativa del aire.

Sin embargo es necesario conocer si los modelos y los métodos de cálculo desarrollados son válidos para las condiciones ambientales en las que se desarrolla el almacenamiento y transporte de mercancías hortofrutícolas y que habitualmente se ajustan a 20°C y 90% de humedad relativa.

Un cartón ondulado está compuesto por varios papeles superpuestos. Tal y como se presenta en la figura 1, dependiendo del tipo de cartón, pueden tener uno o más papeles ondulados llamados fluting, enmarcados en papeles sin ondular llamados liner, a los que se une mediante un adhesivo[2]. Dentro de los liner existen dos subtipos generales atendiendo al origen de la fibra, Kraffliners y Testliners.

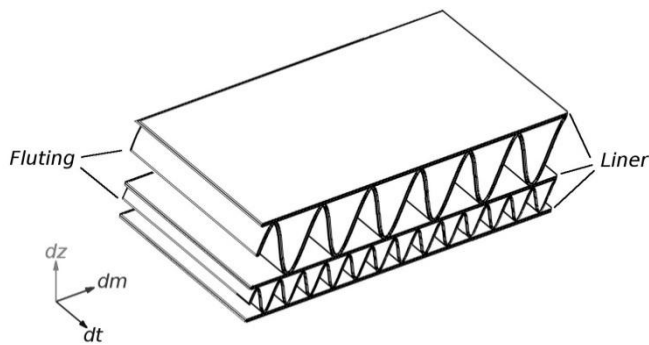


Figura 1. Estructura de un cartón ondulado doble de doble cara

Cada uno de esos papeles es un sólido ortotrópico con propiedades elásticas distintas en cada uno de los ejes del mismo. Aunque existen trabajos en los que se consideran esas tres direcciones[3], es habitual considerar únicamente las dos direcciones del plano principal del papel, la dirección en la que se fabrica el papel (dm) y su perpendicular en el plano de fabricación (dt), o en todo caso calcular los parámetros elásticos de la tercera dirección en función de las otras dos[4].

De esta manera se hace necesaria la obtención de cinco parámetros, módulo de Young (E) y módulo de Poisson (ν) en las dos direcciones principales y módulo de cortante. De estos el más difícil de obtener en el papel es el módulo de Poisson.

El módulo de Poisson es una constante elástica que informa de la compresibilidad de un material cuando es sometido a una tracción en una dirección perpendicular al estrechamiento. El módulo toma la forma

$$\nu = -\varepsilon_x / \varepsilon_y \quad (1)$$

siendo ε la deformación en la dirección perpendicular a la tensión (x) o paralela a la misma (y).

En el caso de materiales ortotrópicos, como el papel se cumplen las relaciones entre coeficientes de Poisson y los módulos de Young.

$$\nu_{dt dm} / E_{dt} = \nu_{dm dt} / E_{dm} \quad (2)$$

$$\nu_{dt dz} / E_{dt} = \nu_{dz dt} / E_{dz} \quad (3)$$

$$\nu_{dz dm} / E_{dz} = \nu_{dm dz} / E_{dm} \quad (4)$$

Existen tres grandes grupos de métodos para la medición del módulo de Poisson, los mecánicos, los acústicos y los ópticos. Los mecánicos [5] registran, mediante galgas extensiométricas de contacto, las deformaciones en los dos ejes de interés. Necesitan unos montajes y una preparación de las muestras muy complicada y tienen la desventaja añadida de que es necesario afectar a la probeta para su ensayo.

Los métodos acústicos [6] están basados en la relación existente entre la velocidad de propagación de las ondas ultrasónicas y las constantes elásticas del papel. De esta manera se calcula el módulo de Poisson en la dirección de la tensión  $\nu_{dm dt}$ . En la dirección perpendicular se calcula mediante la relación (2).

Con este método se obtiene un error del 10% en la medición del parámetro por el hecho de medir en una u otra dirección y calcular la perpendicular y se asume que los valores obtenidos, que oscilan entre 0.24 y 0.38 deben ser más altos que los reales.

El último grupo de métodos son los ópticos. En ellos se obtiene una secuencia de imágenes o un video de una zona previamente marcada de la probeta objeto de ensayo y se miden directamente las deformaciones en los dos ejes objeto de estudio. Existen numerosos montajes distintos para intentar mejorar la precisión de las mediciones obtenidas. Hua et al. [7] desarrollaron una interesante técnica estereoscópica, que ofrece interesantes resultados pero que exigen un equipamiento poco habitual en los laboratorios.

Otros autores, revelan en sus trabajos los métodos de medición del módulo de Poisson, aunque con tan poco detalle que no hay posibilidad de reproducirlos[8][9].

Los valores que se reportan para el módulo son muy variables, aunque en general están entre 0.10 y 0.50.

Biancolini et al reportan valores entre 0.33 y 0.34 en [8] y de 0.34 en [10] para todo tipo de papeles.

En [9] se ensayaron papeles de dibujo blancos de 136 μm obteniéndose 0.20 para  $\nu_{dm dt}$  y 0.10 para  $\nu_{dt dm}$ .

En papeles isotrópicos de fibra química se obtuvieron módulos entre 0.17 y 0.32 [5].

Lo que se presenta en este artículo es un método de aplicación simple para la medición del índice de Poisson en papeles y su aplicación en papeles húmedos.

## 2. Material y métodos.

Para la realización de este trabajo se ha elegido seis papeles distintos, dos fluting, dos kraftliner y dos testliner. Su espesor ha sido determinado previamente [11]

Tabla 1 Características físicas de los papeles ensayados

Producto	Gramaje g/m <sup>2</sup>	Tipo	Espesor μm
TLTB140	140	Testliner	179
TLBC160	160	Testliner	256
KLWT125	125	Kraftliner	145
KLWT140	140	Kraftliner	159
FLSI200	200	Fluting	332
FLSI175	175	Fluting	242

Los caracteres 2° y 3° de la denominación del papel indican su tipo. Así las siglas TB indican papel bicolor blanco reciclado, BC papel bicolor crudo reciclado, WT papel Kraft blanco virgen y SI papel semiquímico virgen.

De cada uno de estos papeles se obtuvieron 40 probetas libres de defectos de dimensiones 250x15mm, la mitad de las cuales se cortaron con su dimensión mayor en las dirección de fabricación del papel (dm) y el resto en la perpendicular (dt), en una cizalla calibrada de doble hoja.

El acondicionamiento previo de las probetas se llevó a cabo en cámara climática a 23°C y 50% de humedad, durante al menos 24 horas, para los ensayos en seco (S) y a 20°C y 90% de humedad relativa del aire durante un mínimo de 48 horas, para los ensayos en húmedo [12].

Los ensayos se han llevado a cabo en condiciones estándar de laboratorio a 23°C y 50% de humedad. Para evitar pérdidas de humedad en los ensayos en húmedo, cada juego de probetas se extraía de la cámara climática en el momento del ensayo, manteniéndolas en recipientes herméticos hasta el momento en que eran ensayadas. Se mantuvieron algunas probetas sin ensayar al aire durante las pruebas en húmedo para comprobar las pérdidas de humedad, sin observarse pérdidas significativas de peso.

Cada una de las probetas objeto de estudio ha sido sometida a esfuerzos de tracción en una máquina de ensayos Tinius Olsen H5KS dotada de cédulas de carga tipo Z de 500 N y clase 0.5, y mordazas neumáticas distanciadas 180 mm para la sujeción de la probeta. Se han observado las condiciones de ensayo fijadas en la norma UNE EN ISO 1924-2:1996 [13], registrándose deformación y fuerza.

Cada una de las probetas ha sido marcada en su centro con una malla como la que se presenta en la Figura 2. En ella se presenta una malla de 3x3 puntos separados 5 mm entre sí.



Figura 2 Esquema de impresión de la malla de referencia.

Las marcas son una cruz de 0,5x0,5 mm y se han imprimido en impresora láser de alta resolución.

Para la determinación de la deformación en las dos direcciones del papel se han realizado fotografías con una cámara digital Canon EOS 40D y un objetivo Canon EF 100 mm f2,8 Macro USM. El sistema proporciona imágenes como la de la Figura 2, de 3888x2592px con una escala aproximada en relación al papel de 5 μm/px.

Cada una de las probetas proporciona un conjunto de imágenes, en cada una de las cuales se presentan los puntos impresos separados a una distancia igual a la original afectada por la deformación longitudinal y transversal producida por la tracción.

Debido a la geometría cónica del objetivo, se induce una transformación no lineal de la realidad en las imágenes obtenidas, por lo que se hace necesario corregir cada una de ellas.

Esta corrección se ha realizado utilizando el algoritmo propuesto por Kaynig et al [14]. El método está basado en la regresión de Tijonov que compensa las distorsiones del objetivo no lineal, garantizando al mismo tiempo que la geometría de la imagen se conserva. El método estima la corrección de la distorsión mediante la superposición de áreas de la imagen que presentan puntos de correspondencia.

Los puntos de correspondencia del algoritmo son obtenidos mediante el método de Lowe [15], que convierte una imagen en un conjunto de vectores característicos, que es robusta a la distorsión geométrica local, invariante a la traducción, el escalamiento y la rotación y parcialmente invariante a los cambios en la iluminación.

El método de Lowe nos permite utilizar imágenes de nuestras propias probetas para la calibración de la óptica utilizada. El algoritmo de Kaynig corrige la distorsión con precisión sub-píxel.

Este método de corrección está implementado en el software de proceso de imagen ImageJ [16]. Una vez corregidas las imágenes se analizó cada una

dentro del grupo de ellas que formaban parte de la colección de cada probeta.

Para realizar el análisis se ha desarrollado un script en ImageJ que realiza las siguientes tareas:

- Apertura del conjunto de imágenes correspondientes a una única probeta.
- Selección manual del nivel de *threshold* de la primera imagen.
- Análisis de partículas y extracción del área y coordenadas  $x$  e  $y$  del centroide de cada una de las marcas impresas en la probeta y guardado en un archivo de texto (\*.csv).
- Guardado en una variable el área de la marca  $i$  impresa en el papel.

Para cada una del resto de las imágenes

- Aplicación de *threshold* inicial y ajuste del mismo hasta que la medición del área de la marca  $i$ , resultase lo más próxima al área guardada en la variable.
- Análisis de partículas, comprobación de extracción de las nueve marcas y extracción del área y coordenadas  $x$  e  $y$  del centroide de cada una de las marcas impresas en la probeta y guardado en un archivo de texto (\*.csv).

Para cada una de las probetas, una vez extraídas las coordenadas de cada una de las marcas se calculó la escala en la primera imagen.

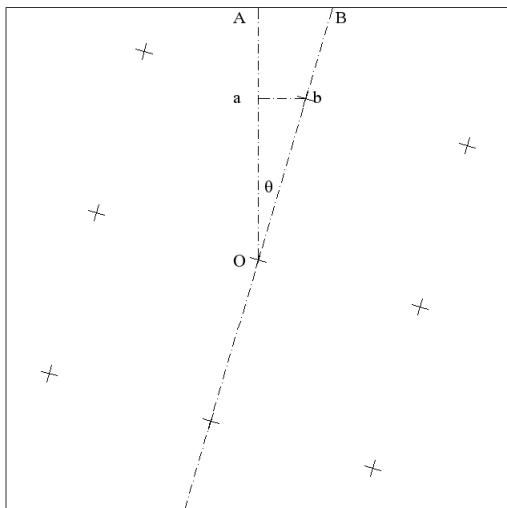


Figura 4. Esquema de una imagen restituída a partir de las coordenadas obtenidas.

Así mismo en cada imagen se calcularon las coordenadas del punto central de la malla de puntos. Conforme avanza el ensayo de tracción la malla se desplaza en cada imagen hacia arriba.

La figura 4 representa, de manera deliberadamente exagerada, la falta de paralelismo entre la dirección del esfuerzo y la dimensión mayor de la imagen tomada.

Siguiendo el esquema de la dicha figura y supuesta la deformación a lo largo de la probeta, lineal y puesto que puede existir un ángulo  $\theta$ , entre la dirección de la tracción  $OB$  y la dirección del eje mayor de la fotografía  $OA$ , se puede demostrar que

$$OB = OA / \sin(\tan^{-1}(Oa/Ob)) \quad (5)$$

Por lo tanto, la deformación total de la probeta será

$$\Delta L = 2 OB \quad (6)$$

Calculado  $\Delta L$  podemos relacionar el esfuerzo de tracción medido en la máquina de ensayos con las

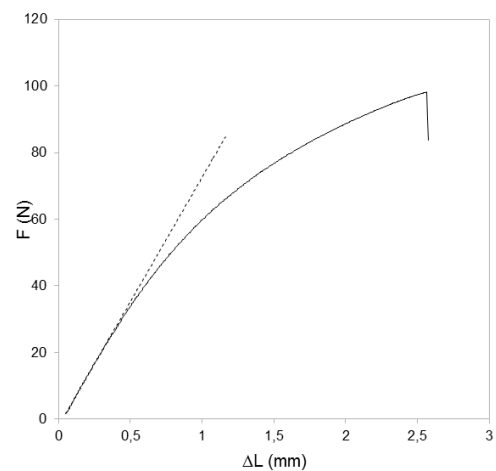


Figura 3 Carga contra deformación en un papel TLBC160 cargado en dirección máquina.

deformaciones medidas en las imágenes.

Para la obtención del módulo de Young se ha realizado una regresión lineal de la zona recta de la curva esfuerzo deformación.

En la figura 3 se puede ver una representación gráfica de la regresión. Es en el punto en el que la recta de regresión se separa de la curva, es decir, en el final de la zona proporcional donde debemos anotar las deformaciones producidas en la malla impresa para obtener el módulo de Poisson.

Siendo  $F/\Delta L$  la pendiente de la recta de regresión el módulo de Young vendrá determinado por

$$E = F \cdot L / \Delta L \cdot e \cdot w \quad (7)$$

$L$  es la longitud de la probeta sometida a tracción, 180 mm,  $e$  es el espesor de la probeta, variable según Tabla 1 y  $w$  la anchura de la probeta, 15 mm.

### 3. Resultados

De los papeles ensayados, la referencia KLWT125 ha presentado problemas de atejado durante los ensayos en húmedo. Este atejado no tiene influencia en la medición del módulo de Young. Sin embargo, ya que con la fotografía estamos midiendo la proyección ortogonal de la superficie de un papel curvado debemos desecharlo para la determinación del módulo de Poisson.

El resto de referencias han aportado los resultados que se reflejan en las tablas 2 para papeles acondicionados a una temperatura de 23°C y 50% de humedad.

Cada valor está obtenido del promedio de resultados válidos de entre 10 probetas ensayadas para cada papel y en cada una de las dos direcciones de tracción.

Tabla 2 Propiedades elásticas medidas en condición seca

Producto	$E_{dm}$ MPa	$\nu_{dmdt}$	$E_{dt}$ MPa	$\nu_{dtdm}$
TLTB140	4534	0.24	2059	0.11
TLBC160	3631	0.35	1442	0.15
KLWT140	7860	0.48	2780	0.17
FLSI200	5526	0.41	1369	0.11
FLSI175	7661	0.33	2628	0.12

Los resultados obtenidos para el módulo de Poisson con acondicionamiento en seco, desde 0.24 hasta 0.48 son similares a los obtenidos en la bibliografía.

Sin embargo, no es posible comparar papel a papel los resultados obtenidos ya que la diversidad de papeles es grande y no se encuentran referencias bibliográficas previas.

En el caso de papeles húmedo tenemos lo resultados reflejados en la tabla 3.

Tabla 3 Propiedades elásticas medidas en condición húmeda

Producto	$E_{dm}$ MPa	$\nu_{dmdt}$	$E_{dt}$ MPa	$\nu_{dtdm}$
TLTB140	2866	0.41	1258	0.19
TLBC160	2492	0.32	934	0.11
KLWT140	5370	0.39	1450	0.11
FLSI200	4056	0.41	1392	0.14
FLSI175	4753	0.40	1698	0.15

Con los resultados obtenidos y teniendo en cuenta las relaciones existentes entre módulo de

elasticidad y módulo de Poisson, formuladas en (2), se pueden derivar que

$$\nu_{dtdm} = E_{dt} \cdot \nu_{dmdt} / E_{dm} \quad (8)$$

Así las diferencias existentes entre los valores obtenidos durante los ensayos y los valores calculados según la expresión (8) se pueden comparar siguiendo la tabla 4.

Tabla 4 Diferencias entre  $\nu_{dtdm}$  obtenido en los ensayos y el calculado  $\nu_c$

Condición Producto	Seco		Húmedo	
	$\nu_{dtdm}$	$\nu_c$	$\nu_{dtdm}$	$\nu_c$
TLTB140	0.11	0.11	0.19	0.18
TLBC160	0.15	0.14	0.11	0.12
KLWT140	0.17	0.17	0.11	0.11
FLSI200	0.11	0.10	0.14	0.14
FLSI175	0.12	0.11	0.15	0.14

Aquí hay que hacer notar que el módulo de Poisson se ha redondeado hasta el segundo decimal, que es la convención utilizada en los estudios de elasticidad de materiales. Sin embargo al ser cifras de tan baja magnitud se ha utilizado hasta la tercera cifra decimal para el cálculo del error de la estimación.

El error cometido en la estimación del módulo de Poisson obtenido por las diferencias entre los valores medido y calculados son

Tabla 5 Errores obtenidos entre  $\nu_{dtdm}$  y  $\nu_c$

Producto	e seco	e húmedo
	%	%
TLTB140	1.37	9.20
TLBC160	7.91	6.00
KLWT140	0.13	6.20
FLSI200	7.35	0.88
FLSI175	7.14	6.38

Podría ser determinada la incertidumbre del módulo de Poisson aunque debería ser objeto de un investigación específica, tal y como se hizo para metales [17].

### 4. Conclusiones

La similitud de los resultados obtenidos, con los reflejados en la bibliografía y la poca diferencia existente entre el  $\nu_{dtdm}$  calculado y el medido hacen presuponer que el método propuesto es válido para el cálculo de la ratio de Poisson en condición seca y húmeda.

Es necesario establecer un método de cálculo de incertidumbres para el papel y poder comprobar la bondad de los distintos métodos de cálculo existentes.

El método no es aplicable a ciertos papeles que presentan fenómenos de atejado tras el acondicionamiento en húmedo.

El acondicionamiento en húmedo provoca variaciones en el módulo de Poisson. Que dichas variaciones lo hagan aumentar o disminuir dependerá del tipo de papel, pudiendo ser el origen de dicho comportamiento la naturaleza de la fibra, el acabado, el método de fabricación u otros factores que deberían ser investigados.

## 5. Bibliografía

- [1] R. C. McKee, J. R. Wachuta, y J. W. Gander, "Compression strength formula for corrugated boxes," *Paperboard Packaging*, vol. 48, n.º. 8, págs. 149-159, 1963.
- [2] M. J. Kirwan, *Paper and paperboard packaging technology*. Oxford: Blackwell, 2005.
- [3] N. Stenberg y C. Fellers, "Out-of-plane Poisson's ratios of paper and paperboard," *Nordic Pulp Paper ResJ*, vol. 17, n.º. 4, págs. 387-394, 2002.
- [4] R. Haj-Ali, J. Choi, B. Wei, R. Popil, y M. Schaepe, "Refined nonlinear finite element models for corrugated fiberboards," *COMPOSITE STRUCTURES*, vol. 87, n.º. 4, págs. 321-333, Feb. 2009.
- [5] K. Schulgasser, "The in-plane poisson ratio of paper," *Fibre Science and Technology*, vol. 19, n.º. 4, págs. 297-309, 1983.
- [6] W. Szewczyk, "Determination of Poisson's Ratio in the Plane of the Paper," *FIBRES & TEXTILES IN EASTERN EUROPE*, vol. 16, n.º. 4, págs. 116-120, 2008.
- [7] T. Hua, H. Xie, F. Dai, P. Chen, y Q. Zhang, "A 2D mark shearing technique for characterizing the mechanical properties of material," *Measurement Science and Technology*, vol. 21, n.º. 2, pág. 025311, Feb. 2010.
- [8] M. E. Biancolini y C. Brutti, "Numerical and experimental investigation of the strength of corrugated board packages," *Packaging Technology and Science*, vol. 16, n.º. 2, págs. 47-60, 2003.
- [9] J. Castro, "Elasto-plasticity of paper," *International Journal of Plasticity*, vol. 19, n.º. 12, págs. 2083-2098, 2003.
- [10] M. E. Biancolini, C. Brutti, y S. Porziani, "Analysis of corrugated board panels under compression load," *Steel and Composite Structures*, vol. 9, n.º. 1, págs. 1-17, 2009.
- [11] AENOR ISO, "UNE-EN ISO 534:2005 Papel y cartón. Determinación del espesor, densidad y volumen específico (ISO 534:2005)," AENOR, 2005.
- [12] ISO, "ISO 187:1990 Paper, board and pulps -- Standard atmosphere for conditioning and testing and procedure for monitoring the atmosphere and conditioning of samples," ISO Standards, 1990.
- [13] AENOR ISO, "UNE EN ISO 1924-2:2009 - Papel y cartón. Determinación de las propiedades de tracción. Parte 2: Método con gradiente de alargamiento constante (20 mm/min). (ISO 1924-2:2008)," AENOR, 2009.
- [14] V. Kaynig, B. Fischer, E. MÃ¼ller, y J. M. Buhmann, "Fully automatic stitching and distortion correction of transmission electron microscope images.," *Journal of structural biology*, vol. 171, n.º. 2, págs. 163-73, 2010.
- [15] D. G. Lowe, "Distinctive Image Features from Scale-Invariant Keypoints," *International Journal of Computer Vision*, vol. 60, n.º. 2, págs. 91-110, Nov. 2004.
- [16] Abramoff, M.D., Magelhaes, P.J., Ram, S.J, "Image Processing with ImageJ," *Biophotonics International*, vol. 11, n.º. 7, págs. 36 - 42, 2004.
- [17] W. Gabauer, *The Determination of Uncertainties of Poisson 's Ratio ( from a Tension Test )*. Linz (Austria): , 2000, pág. 18.